BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO — **KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2003**

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

ĐÁP ÁN –THANG ĐIỂM

Môn thi : TOÁN Khối A

NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu 1.	**2điểm**
1)	<u>1 điểm</u>

Khi $m=-1 \Rightarrow y=\dfrac{-x^2+x-1}{x-1}=-x-\dfrac{1}{x-1}$.

+ Tập xác định: $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

+ $y'=-1+\dfrac{1}{(x-1)^2}=\dfrac{-x^2+2x}{(x-1)^2}$. $\quad y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2. \end{array}\right.$ — 0,25 đ

+ $\lim\limits_{x\to\infty}\left[y-(-x)\right]=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x-1}=0 \Rightarrow$ tiệm cận xiên của đồ thị là: $y=-x$.

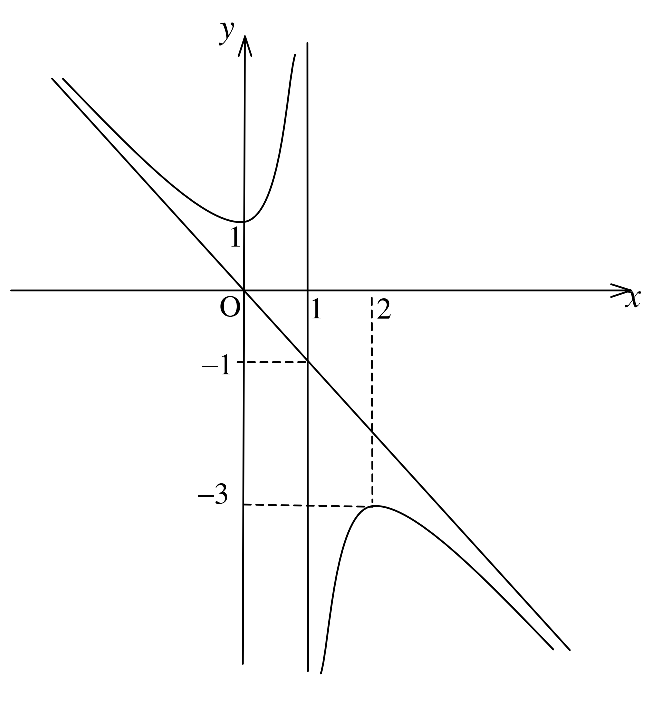
$\lim\limits_{x\to 1} y=\infty \Rightarrow$ tiệm cận đứng của đồ thị là: $x=1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$ ↘		CT 1	↗ $+\infty$	‖ $-\infty$	↗	CĐ -3	↘	$-\infty$

— 0,5 đ

Đồ thị không cắt trục hoành.
Đồ thị cắt trục tung tại điểm (0; 1).



— 0, 25 đ

2) Đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx^2+x+m}{x-1}$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ dương $\Leftrightarrow$ phương trình $f(x)=mx^2+x+m=0$ có 2 nghiệm dương phân biệt khác 1	<u>1 điểm</u> 0,25 đ
$\Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ \Delta=1-4m^2>0 \\ f(1)=2m+1\neq 0 \\ S=-\frac{1}{m}>0, P=\frac{m}{m}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ \lvert m\rvert<\frac{1}{2} \\ m\neq -\frac{1}{2} \\ m<0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2}<m<0.$	0,75 đ
Vậy giá trị m cần tìm là: $-\frac{1}{2}<m<0$.	
Câu 2.	**2điểm**
1) Điều kiện $\begin{cases} \sin x\neq 0 \\ \cos x\neq 0 \\ \text{tg}\, x\neq -1 \end{cases}$ (*).	<u>1 điểm</u> 0, 25 đ
Khi đó phương trình đã cho $\Leftrightarrow \dfrac{\cos x}{\sin x}-1=\dfrac{\cos^2 x-\sin^2 x}{1+\dfrac{\sin x}{\cos x}}+\sin x(\sin x-\cos x)$	
$\Leftrightarrow \dfrac{\cos x-\sin x}{\sin x}=\cos x(\cos x-\sin x)+\sin x(\sin x-\cos x)$ $\Leftrightarrow (\cos x-\sin x)(1-\sin x\cos x+\sin^2 x)=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x-\sin x=0 \\ 1-\sin x\cos x+\sin^2 x=0. \end{array}\right.$	0, 25 đ
TH1: $\sin x=\cos x \Leftrightarrow \text{tg}x=1 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi \quad (k\in\mathbb{Z})$ thỏa mãn điều kiện (*).	0, 25 đ
TH2: $1-\sin x\cos x+\sin^2 x=0 \Leftrightarrow 1-\frac{1}{2}\sin 2x+\sin^2 x=0$: vô nghiệm.	0, 25 đ
Vậy nghiệm của phương trình là: $x=\frac{\pi}{4}+k\pi \quad (k\in\mathbb{Z})$.	
2) Giải hệ $\begin{cases} x-\frac{1}{x}=y-\frac{1}{y} & (1) \\ 2y=x^3+1 & (2). \end{cases}$	<u>1 điểm</u>
+ Điều kiện $xy\neq 0$. + Ta có (1) $\Leftrightarrow (x-y)(1+\frac{1}{xy})=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=y \\ xy=-1. \end{array}\right.$	0, 25 đ
TH1: $\begin{cases} x=y \\ 2y=x^3+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ 2x=x^3+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ (x-1)(x^2+x-1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=y=1 \\ x=y=\frac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ x=y=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}. \end{array}\right.$	0,5 đ

TH2: $\begin{cases} xy = -1 \\ 2y = x^3 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\dfrac{1}{x} \\ -\dfrac{2}{x} = x^3 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\dfrac{1}{x} & (3) \\ x^4 + x + 2 = 0 & (4). \end{cases}$

Ta chứng minh phương trình (4) vô nghiệm.

Cách 1. $x^4 + x + 2 = \left(x^2 - \dfrac{1}{2}\right)^2 + \left(x + \dfrac{1}{2}\right)^2 + \dfrac{3}{2} > 0,\ \forall\, x.$

0, 25 đ

Cách 2. Đặt $f(x) = x^4 + x + 2 \Rightarrow f(x) \geq \min\limits_{x \in \mathbb{R}} f(x) = f\left(\dfrac{-1}{\sqrt[3]{4}}\right) > 0.$

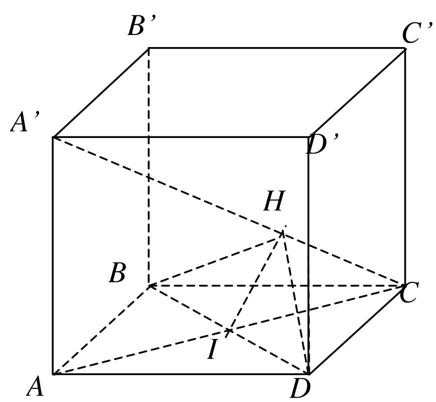
Trường hợp này hệ vô nghiệm.

Vậy nghiệm của hệ phương trình là:

$$(x; y) = (1;1),\quad \left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}; \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right),\quad \left(\frac{-1-\sqrt{5}}{2}; \frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right).$$

Câu 3. **3điểm**

1 điểm



1)

Cách 1. Đặt $AB = a$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của B trên $A'C$, suy ra $BH \perp A'C$, mà $BD \perp (A'AC) \Rightarrow BD \perp A'C$, do đó $A'C \perp (BHD) \Rightarrow A'C \perp DH$. Vậy góc phẳng nhị diện $[B, A'C, D]$ là góc $\widehat{BHD}$.

0, 25 đ

Xét $\Delta A'DC$ vuông tại D có DH là đường cao, ta có $DH.A'C = CD.A'D$ $\Rightarrow DH = \dfrac{CD.A'D}{A'C} = \dfrac{a.a\sqrt{2}}{a\sqrt{3}} = \dfrac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. Tương tự, $\Delta A'BC$ vuông tại B có BH là đường cao và $BH = \dfrac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

0, 25 đ

Mặt khác:

$$2a^2 = BD^2 = BH^2 + DH^2 - 2BH.DH\cos\widehat{BHD} = \frac{2a^2}{3} + \frac{2a^2}{3} - 2.\frac{2a^2}{3}\cos\widehat{BHD},$$

0, 25 đ

do đó $\cos\widehat{BHD} = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BHD} = 120^{\circ}$.

0, 25 đ

hoặc

Cách 2. Ta có $BD \perp AC \Rightarrow BD \perp A'C$ (Định lý ba đường vuông góc).

Tương tự, $BC' \perp A'C \Rightarrow (BC'D) \perp A'C$. Gọi H là giao điểm của $A'C$ và $(BC'D)$ $\Rightarrow \widehat{BHD}$ là góc phẳng của $[B; A'C; D]$.

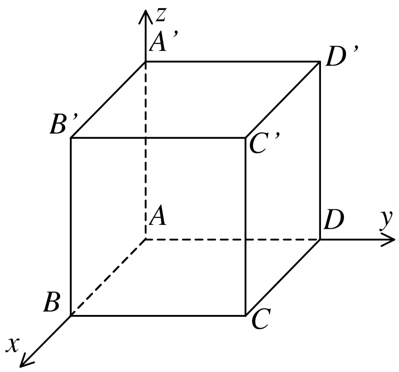
0, 25đ

Các tam giác vuông $HA'B, HA'D, HA'C'$ bằng nhau $\Rightarrow HB = HC' = HD$

0,25 đ

$\Rightarrow H$ là tâm $\Delta BC'D$ đều $\Rightarrow \widehat{BHD} = 120^{\circ}$.

0,5 đ

2)	<u>2 điểm</u>
	
a) Từ giả thiết ta có $C(a;a;0); C'(a;a;b) \Rightarrow M(a;a;\frac{b}{2})$.	0, 25 đ
Vậy $\overrightarrow{BD} = (-a;\ a;\ 0),\ \overrightarrow{BM} = (0;\ a;\ \frac{b}{2})$ $\Rightarrow \left[\overrightarrow{BD},\ \overrightarrow{BM}\right] = \left(\frac{ab}{2};\ \frac{ab}{2};\ -a^2\right)$.	0, 25 đ
$\overrightarrow{BA'} = (-a;\ 0;\ b) \Rightarrow \left[\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BM}\right].\overrightarrow{BA'} = \frac{-3a^2b}{2}$.	0, 25 đ
Do đó $V_{BDA'M} = \frac{1}{6}\left\| \left[\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BM}\right].\overrightarrow{BA'} \right\| = \frac{a^2b}{4}$.	0, 25 đ
b) Mặt phẳng (BDM) có véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1} = \left[\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BM}\right] = \left(\frac{ab}{2};\ \frac{ab}{2};\ -a^2\right)$, mặt phẳng $(A'BD)$ có véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2} = \left[\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BA'}\right] = (ab;\ ab;\ a^2)$.	0, 5 đ
Do đó $(BDM) \perp (A'BD) \Leftrightarrow \overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{a^2b^2}{2} + \frac{a^2b^2}{2} - a^4 = 0 \Leftrightarrow a = b \Leftrightarrow \frac{a}{b} = 1$.	0, 5 đ
Câu 4.	**2điểm**
1)	<u>1 điểm</u>
Ta có $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^{n} = 7(n+3) \Leftrightarrow \left(C_{n+3}^{n+1} + C_{n+3}^{n}\right) - C_{n+3}^{n} = 7(n+3)$ $\Leftrightarrow \frac{(n+2)(n+3)}{2!} = 7(n+3) \Leftrightarrow n+2 = 7.2! = 14 \Leftrightarrow n = 12.$	0, 5 đ
Số hạng tổng quát của khai triển là $C_{12}^{k}\left(x^{-3}\right)^k.\left(x^{\frac{5}{2}}\right)^{12-k} = C_{12}^{k}\, x^{\frac{60-11k}{2}}$.	
Ta có $x^{\frac{60-11k}{2}} = x^8 \Rightarrow \frac{60-11k}{2} = 8 \Leftrightarrow k = 4.$	0, 25 đ
Do đó hệ số của số hạng chứa x^8 là $C_{12}^{4} = \frac{12!}{4!(12-4)!} = 495.$	0, 25 đ
2) Tính tích phân $I = \int_{\sqrt{5}}^{2\sqrt{3}} \frac{xdx}{x^2\sqrt{x^2+4}}$.	<u>1 điểm</u>
Đặt $t = \sqrt{x^2+4} \Rightarrow dt = \frac{xdx}{\sqrt{x^2+4}}$ và $x^2 = t^2 - 4$.	0, 25 đ
Với $x = \sqrt{5}$ thì $t = 3$, với $x = 2\sqrt{3}$ thì $t = 4$.	0, 25 đ
Khi đó $I = \int_{\sqrt{5}}^{2\sqrt{3}} \frac{xdx}{x^2\sqrt{x^2+4}} = \int_3^4 \frac{dt}{t^2-4} = \frac{1}{4}\int_3^4 \left(\frac{1}{t-2} - \frac{1}{t+2}\right)dt$	0,25 đ
$= \frac{1}{4}\left(\ln\left\|\frac{t-2}{t+2}\right\|\right)\Big\|_3^4 = \frac{1}{4}\ln\frac{5}{3}.$	0, 25 đ

Câu 5.	**1điểm**
Với mọi $\vec{u},\vec{v}$ ta có $\lvert\vec{u}+\vec{v}\rvert \le \lvert\vec{u}\rvert+\lvert\vec{v}\rvert$ (*) (vì $\lvert\vec{u}+\vec{v}\rvert^2=\vec{u}^2+\vec{v}^2+2\vec{u}.\vec{v} \le \lvert\vec{u}\rvert^2+\lvert\vec{v}\rvert^2+2\lvert\vec{u}\rvert.\lvert\vec{v}\rvert=\left(\lvert\vec{u}\rvert+\lvert\vec{v}\rvert\right)^2$) Đặt $\vec{a}=\left(x;\frac{1}{x}\right),\ \vec{b}=\left(y;\frac{1}{y}\right),\ \vec{c}=\left(z;\frac{1}{z}\right)$. Áp dụng bất đẳng thức (*) ta có $\lvert\vec{a}\rvert+\lvert\vec{b}\rvert+\lvert\vec{c}\rvert \ge \lvert\vec{a}+\vec{b}\rvert+\lvert\vec{c}\rvert \ge \lvert\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\rvert$. Vậy $$P=\sqrt{x^2+\frac{1}{x^2}}+\sqrt{y^2+\frac{1}{y^2}}+\sqrt{z^2+\frac{1}{z^2}}\ge\sqrt{(x+y+z)^2+\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)^2}.$$	0, 25 đ
<u>Cách 1</u>. Ta có $P\ge\sqrt{(x+y+z)^2+\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)^2}\ge\sqrt{\left(3\sqrt[3]{xyz}\right)^2+\left(3\sqrt[3]{\frac{1}{xyz}}\right)^2}=\sqrt{9t+\frac{9}{t}}$, với $t=\left(\sqrt[3]{xyz}\right)^2\Rightarrow 0<t\le\left(\frac{x+y+z}{3}\right)^2\le\frac{1}{9}$.	0, 25 đ
Đặt $Q(t)=9t+\frac{9}{t}\Rightarrow Q'(t)=9-\frac{9}{t^2}<0,\forall t\in\left(0;\frac{1}{9}\right]\Rightarrow Q(t)$ giảm trên $\left(0;\frac{1}{9}\right]$ $\Rightarrow Q(t)\ge Q\left(\frac{1}{9}\right)=82$. Vậy $P\ge\sqrt{Q(t)}\ge\sqrt{82}$. (Dấu "=" xảy ra khi $x=y=z=\frac{1}{3}$).	0, 25 đ 0, 25 đ
<u>Cách 2</u>. Ta có $(x+y+z)^2+\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)^2=81(x+y+z)^2+\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)^2-80(x+y+z)^2$ $\ge18(x+y+z)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)-80(x+y+z)^2\ge162-80=82$. Vậy $P\ge\sqrt{82}$. (Dấu "=" xảy ra khi $x=y=z=\frac{1}{3}$). **<u>Ghi chú:</u>** *Câu này còn có nhiều cách giải khác.*	hoặc 0,25 đ 0,5 đ