

Câu 1 (2 điểm). Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ (1) (m là tham số).

- 1) Tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm phân biệt đối xứng với nhau qua gốc tọa độ.
- 2) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1) khi $m=2$.

Câu 2 (2 điểm).

1) Giải phương trình $\cot gx - \operatorname{tg} x + 4 \sin 2x = \frac{2}{\sin 2x}$.

2) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3y = \frac{y^2 + 2}{x^2} \\ 3x = \frac{x^2 + 2}{y^2} \end{cases}$$

Câu 3 (3 điểm).

- 1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đêcac vuông góc Oxy cho tam giác ABC có $AB = AC$, $\widehat{BAC} = 90^\circ$. Biết $M(1; -1)$ là trung điểm cạnh BC và $G\left(\frac{2}{3}; 0\right)$ là trọng tâm tam giác ABC . Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C .
- 2) Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là một hình thoi cạnh a , góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Gọi M là trung điểm cạnh AA' và N là trung điểm cạnh CC' . Chứng minh rằng bốn điểm B', M, D, N cùng thuộc một mặt phẳng. Hãy tính độ dài cạnh AA' theo a để tứ giác $B'MDN$ là hình vuông.
- 3) Trong không gian với hệ tọa độ Đêcac vuông góc $Oxyz$ cho hai điểm $A(2; 0; 0), B(0; 0; 8)$ và điểm C sao cho $\vec{AC} = (0; 6; 0)$. Tính khoảng cách từ trung điểm I của BC đến đường thẳng OA .

Câu 4 (2 điểm).

1) Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{4 - x^2}$.

2) Tính tích phân
$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 - 2 \sin^2 x}{1 + \sin 2x} dx.$$

Câu 5 (1 điểm). Cho n là số nguyên dương. Tính tổng

$$C_n^0 + \frac{2^2 - 1}{2} C_n^1 + \frac{2^3 - 1}{3} C_n^2 + \dots + \frac{2^{n+1} - 1}{n+1} C_n^n$$

(C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử).

-----Hết-----

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.