

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH

Câu I (2 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2(m+1)x + m^2 + 4m}{x + 2}$ (1), m là tham số.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = -1$.
2. Tìm m để hàm số (1) có cực đại và cực tiểu, đồng thời các điểm cực trị của đồ thị cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tam giác vuông tại O .

Câu II (2 điểm)

1. Giải phương trình: $(1 + \sin^2 x) \cos x + (1 + \cos^2 x) \sin x = 1 + \sin 2x$.
2. Tìm m để phương trình sau có nghiệm thực: $3\sqrt{x-1} + m\sqrt{x+1} = 2\sqrt[4]{x^2-1}$.

Câu III (2 điểm)

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1} \quad \text{và} \quad d_2: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3. \end{cases}$$

1. Chứng minh rằng d_1 và d_2 chéo nhau.
2. Viết phương trình đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P): 7x + y - 4z = 0$ và cắt hai đường thẳng d_1, d_2 .

Câu IV (2 điểm)

1. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = (e+1)x, y = (1+e^x)x$.
2. Cho x, y, z là các số thực dương thay đổi và thỏa mãn điều kiện $xyz = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{x^2(y+z)}{y\sqrt{y} + 2z\sqrt{z}} + \frac{y^2(z+x)}{z\sqrt{z} + 2x\sqrt{x}} + \frac{z^2(x+y)}{x\sqrt{x} + 2y\sqrt{y}}$$

PHẦN TỰ CHỌN: Thí sinh chỉ được chọn làm câu V.a hoặc câu V.b

Câu V.a. Theo chương trình THPT không phân ban (2 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(0; 2), B(-2; -2)$ và $C(4; -2)$. Gọi H là chân đường cao kẻ từ B ; M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và BC . Viết phương trình đường tròn đi qua các điểm H, M, N .
2. Chứng minh rằng: $\frac{1}{2}C_{2n}^1 + \frac{1}{4}C_{2n}^3 + \frac{1}{6}C_{2n}^5 + \dots + \frac{1}{2n}C_{2n}^{2n-1} = \frac{2^{2n}-1}{2n+1}$
(n là số nguyên dương, C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử).

Câu V.b. Theo chương trình THPT phân ban thí điểm (2 điểm)

1. Giải bất phương trình: $2 \log_3(4x-3) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+3) \leq 2$.
2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, BC, CD . Chứng minh AM vuông góc với BP và tính thể tích của khối tứ diện $CMNP$.

-----Hết-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: số báo danh: